



Colle du 05/10 - Sujet 1
Fonctions réelles et trigonométrie

Question de cours.

1. Linéariser $\cos(a)\cos(b)$.
2. Montrer que la fonction $f : x \mapsto \ln(x^2 - 1)$ définit une bijection de $]1; +\infty[$ dans \mathbb{R} et préciser sa fonction réciproque.

Exercice 1. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $2\cos^2(2x) - 3\cos(2x) \leq -1$.

Exercice 2. Soit $f : x \mapsto \frac{x^2-2}{(x-1)^2}$.

1. Etudier la fonction f .
2. Montrer que f définit une bijection sur $] -\infty; 1[$ dans un ensemble que l'on déterminera. Justifier que f^{-1} est dérivable.



Colle du 05/10 - Sujet 2
Fonctions réelles et trigonométrie

Question de cours.

1. Développer $\sin(a - b)$.
2. Démontrer la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Exercice 1. Démontrer que $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{2}{\cos(2x)}$.

Exercice 2. Pour tout entier $n \geq 1$, on définit la fonction f_n sur $[-1; +\infty[$ par

$$\forall x \in [-1; +\infty[, \quad f_n(x) = \sqrt{x+1} e^{-nx}.$$

1. Soit $n \geq 1$. Dresser le tableau de variation de la fonction f_n .
2. Déterminer les extremums de la fonction f_n et préciser s'ils sont locaux ou globaux.
3. Quelles sont les limites de l'abscisse et de l'ordonnée du maximum de f_n lorsque n tend vers l'infini?
4. Pour tout $n \geq 1$ on désigne par \mathcal{C}_n la courbe représentative de la fonction f_n . Montrer qu'il existe deux points par lesquels passent toutes les courbes \mathcal{C}_n .
5. Déterminer l'équation de la tangente à \mathcal{C}_n au point d'abscisse 0 en fonction de n .
6. Déterminer la position relative de \mathcal{C}_{n+1} par rapport à \mathcal{C}_n .



Colle du 05/10 - Sujet 3
Fonctions réelles et trigonométrie

Question de cours.

1. Factoriser $\cos(a) + \cos(b)$.
2. Montrer que la fonction racine carrée est dérivable sur \mathbb{R}_+^* .

Exercice 1.

1. Montrer que la fonction sinus définit une bijection de $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ dans un ensemble V que l'on déterminera. On note φ sa réciproque.
2. Déterminer le tableau de variation de φ et préciser $\varphi(0)$ et $\varphi(1)$, $\varphi(-\frac{1}{2})$.
3. Déterminer le domaine de dérivabilité de φ et déterminer sa dérivée.

Exercice 2. Calculer $\cos^4(\frac{\pi}{8})$ puis $\cos^4(\frac{\pi}{8}) + \cos^4(\frac{3\pi}{8}) + \cos^4(\frac{5\pi}{8}) + \cos^4(\frac{7\pi}{8})$.